

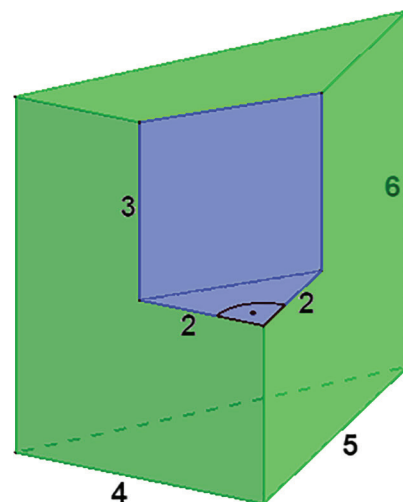
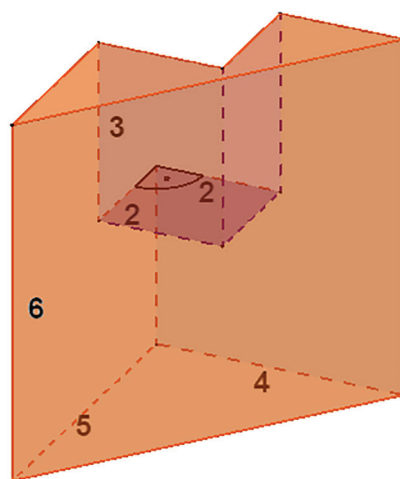
HANNA BASAJ jest nauczycielem konsultantem w Ośrodku Edukacji Informatycznej i Zastosowań Komputerów w Warszawie.

CIEKAWY LEKCJE GEOMETRII Z GEOGEBRĄ I ROZSZERZONĄ RZECZYWISTOŚCIĄ

HANNA BASAJ

NAUCZANIE I UCZENIE SIĘ

Geometria przestrzenna często sprawia dzieciom wiele trudności, ponieważ wymaga od nich umiejętności takich jak myślenie przestrzenne, wizualizacja i wyobraźnia przestrzenna, których spora grupa uczniów nie posiada, nie potrafią oni wyobrazić sobie konkretnej bryły. W wizualizacji figur przestrzennych są pomocne modele brył wykonane z papieru, plastiku czy metalu. Można pokazywać uczniom figury przestrzenne zastosowane w architekturze, można również przygotować bryły, wykorzystując TIK. Lekcje geometrii przestrzennej mogą być bardzo interesujące i bardziej zrozumiałe dla uczniów, jeśli nauczyciel przygotowuje modele brył, wykorzystując Widok 3D GeoGebry – popularnego i bezpłatnego oprogramowania do nauczania i uczenia się matematyki. Przygotowanie modeli brył oraz ich animowanych siatek w Widoku 3D jest bardzo proste, mogą je również wykonywać uczniowie posiadający elementarne umiejętności postępowania się tym oprogramowaniem. Oprócz tworzenia modeli brył uczniowie mogą wyznaczać ich przekroje, a także tworzyć bryły wpisane w inne bryły. Każdą figurę można zapisać w formacie ggb,



Bryły, które tu widzisz powstały przez wycięcie z graniastosłupów prostych trójkątnych innych graniastosłupów prostych.

Oblicz pole powierzchni i objętości każdej z tych brył.

RYSUNEK 1. Bryły oglądane przez uczniów w Widoku 3D GeoGebry, przygotowane przez nauczyciela jako ilustracja do zadania

aplet stworzony z aplikacji można udostępnić na platformie GeoGebra. Raz wykonany model może być używany przez wiele lat, można go kopiować i modyfikować. Oprogramowanie jest pomocne do przygotowywania wizualizacji konkretnych zadań dotyczących na przykład obliczania pola i objętości brył, z których wycięto inne bryły (rys. 1) lub rozwiązywania zadań optymalizacyjnych.

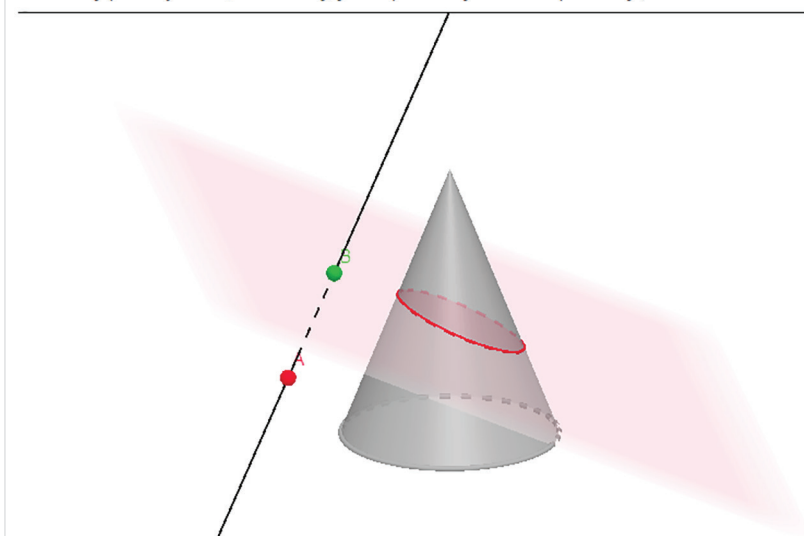
Widok 3D oferuje narzędzia do obracania figur, przybliżania i oddalania, dzięki czemu uczeń może obejrzeć model figury przestrzennej z każdej strony. Zastosowanie tego oprogramowania umożliwia wizualizację zadań i pokazanie uczniom modeli brył, których wykonanie z papieru lub innego materiału byłoby bardzo trudne, a czasami wręcz niemożliwe. Na rysunku 2 widzimy model stożka z ruchomymi przekrojami wykonany w Widoku 3D. Model umożliwia uczniom obserwację rodzajów przekrojów stożka, które powstają w zależności od ustawienia płaszczyzny tnącej.

Czego potrzebujemy, aby wykorzystać wirtualne modele figur przestrzennych na lekcjach matematyki?

Jeśli nauczyciel dysponuje jednym komputerem stacjonarnym lub laptopem oraz tablicą interaktywną lub rzutnikiem multimedialnym potrzebuje jeszcze oprogramowania Grafika 3D GeoGebra, które może zainstalować na komputerze lub korzystać z niego online. Jeśli nauczyciel ma konto na platformie GeoGebra, może zaimportować na nie aplikacje z przygotowanymi modelami i wykorzystywać na lekcji aplety utworzone z tych aplikacji. Jednak lekcja będzie znacznie ciekawsza, jeśli uczniowie będą wyposażeni w urządzenia przenośne: tablety, smartfony, iPady, na których będą mogli samodzielnie przygotować figury przestrzenne, a potem obejrzeć je w rozszerzonej rzeczywistości (Augmented Reality), umieszczając bryły na

Ruchome przekroje stożka

Przesuwaj punkty A i B, obserwuj, jakie przekroje stożka powstają.



RYSUNEK 2. Model stożka wykonany w Widoku 3 D GeoGebry

ławkach czy podłodze. Na urządzeniach przenośnych powinno być zainstalowane oprogramowanie:

- **GeoGebra 3D Calculator**

Dla urządzeń działających w systemie iOS oprogramowanie pobiera się ze strony <https://apps.apple.com/us/app/geogebra-graphing-calculator/id1146717204>.

Dla urządzeń działających na Androidzie 4.0 i nowszym aplikację pobiera się ze strony <https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geogebra.android>.

- **Usługa Google Play dla AR** (na tablet) lub **GeoGebra Augmented Reality** (na iPada)

RYSUNEK 3a. Widok ikony AR Google Play








RYSUNEK 3b. Widok ikony GeoGebra Augmented Reality

CIEKAWE LEKCJE GEOMETRII Z GEOGEBRĄ I ROZSZERZONĄ RZECZYWISTOŚCIĄ

Aby usługa umożliwiająca oglądanie modeli figur przestrzennych w rozszerzonej rzeczywistości dobrze działała, wykorzystywany przez uczniów sprzęt musi mieć wersję Android 7.0 lub nowszą (tablet), wersję iOS 11 (iPad).

W celu pokazania sposobu pracy z oprogramowaniem **GeoGebra 3D Calculator** na urządzeniach przenośnych zaprezentuję sposób wykonania modelu czworościanu foremego z animowaną siatką. Podczas pracy użytkownik będzie korzystał z menu i narzędzi, których ikony zostały umieszczone w tabeli poniżej:

Wygląd ikony	Nazwa menu lub narzędzia
	Menu Algebra
	Menu Narzędzia
	Narzędzie Czworoscian
	Narzędzie Siatka
	Menu Ustawienia

Należy wykonać następujące czynności:

1. Otwieramy oprogramowanie.

W oknie Widok Algebry użytkownik widzi dwa menu: **Algebra**, w którym są pokazywane pole wprowadzania i tworzone obiekty, oraz **Narzędzia**.

2. W polu wprowadzania wpisujemy **a** – powstanie suwak o tej nazwie, następnie w **Ustawieniach** obiektu należy ustalić minimum i maksimum suwaka. Minimum nie może być ujemne, maksimum nie może być zbyt

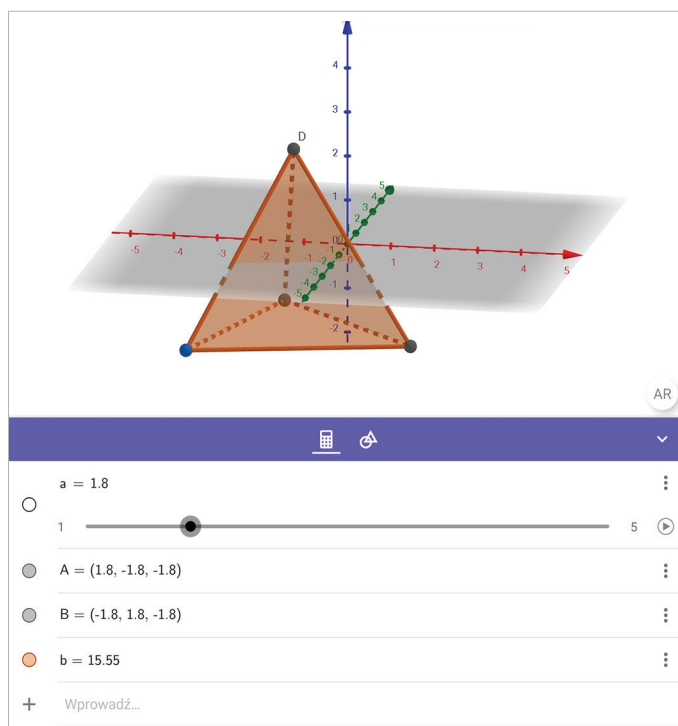
duże – bryła musi mieścić się na ekranie urządzenia, na którym pracuje użytkownik.

3. Tworzymy dwa punkty, których współrzędne zależą od ustawień suwaka **a**. W polu wprowadzania kolejno wpisujemy:

$$A=(a,-a,-a)$$

$$B=(-a,a,-a)$$

4. Wybieramy menu **Narzędzia**, następnie przycisk **WIĘCEJ**. W kategorii **Bryły** wybieramy narzędzie **Czworościan**. Na dole ekranu, na czarnym polu wyświetli się informacja, jak działa narzędzie – należy wskazać dwa punkty. Wybieramy punkty **A** i **B**. W efekcie powstanie czworościan foremny, którego długość krawędzi można zmieniać za pomocą suwaka **a** (rys. 4).

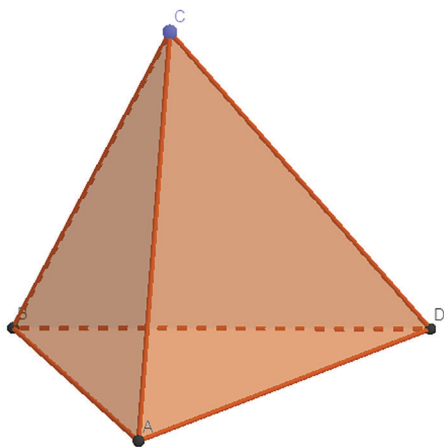


RYSUNEK 4. Widok utworzonego czworościanu foremnego

Można poprawić wygląd wykonanej bryły, wprowadzając zmiany w **Ustawieniach**.

5. W Widoku 3D wybieramy menu **Ustawienia**. Proponujemy wyłączyć opcje: **Pokaż płaszczyznę** oraz **Pokaż osie**.

Po wprowadzeniu tych zmian czworościan wygląda jak na rysunku 5.



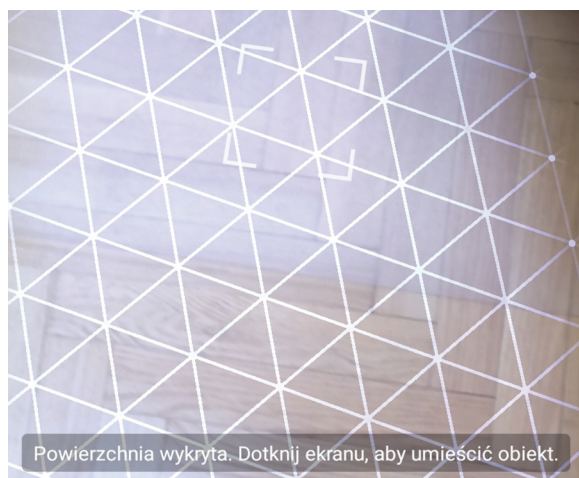
RYSUNEK 5. Wygląd czworościanu po ukryciu płaszczyzny i osi układu współrzędnych

Przygotowaną bryłę można obracać, dotykając ekranu palcami.

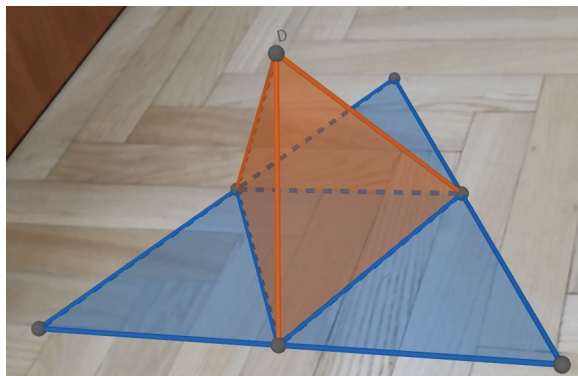
6. Wykonujemy animowaną siatkę wielościanu. Z menu **Narzędzia** wybieramy narzędzie **Siatka** i wskazujemy jedną ze ścian bryły. Możemy zmienić kolor siatki. Można ją składać i rozkładać za pomocą suwaka, który jest widoczny w menu **Algebra**.
7. Oglądamy czworościan foremny w rozszerzonej rzeczywistości. W tym celu w prawym dolnym rogu Widoku Grafiki 3D wybieramy przycisk **AR**.

Widok Grafiki 3D chwilowo zniknie, a na ekranie zobaczymy swoje otoczenie. Urządzenie, na którym pracujemy należy trzymać stabilnie i powoli przesuwając, celując w podłogę, powierzchnię stołu lub ławki. Czekamy kilka sekund, do momentu gdy na ekranie zobaczymy jasnożółtą trójkątną siatkę pojawiającą się na płaskiej powierzchni rzutowania.

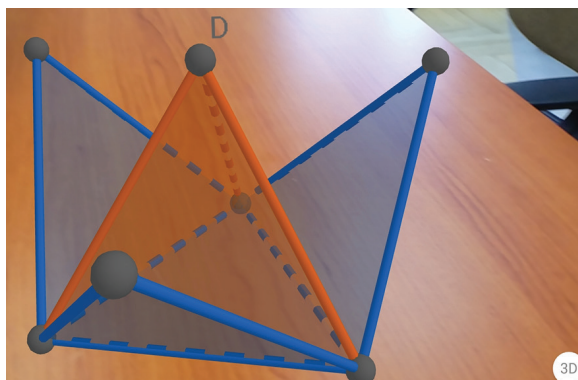
Kiedy zobaczymy kwadrat na siatce (rys. 6) musimy w dowolnym miejscu dotknąć ekranu – obiekt – czworościan foremny zostanie umieszczony w miejscu, w które celowaliśmy (rys. 7).



RYSUNEK 6. Widok trójkątnej siatki z kwadratem podczas celowania w podłogę

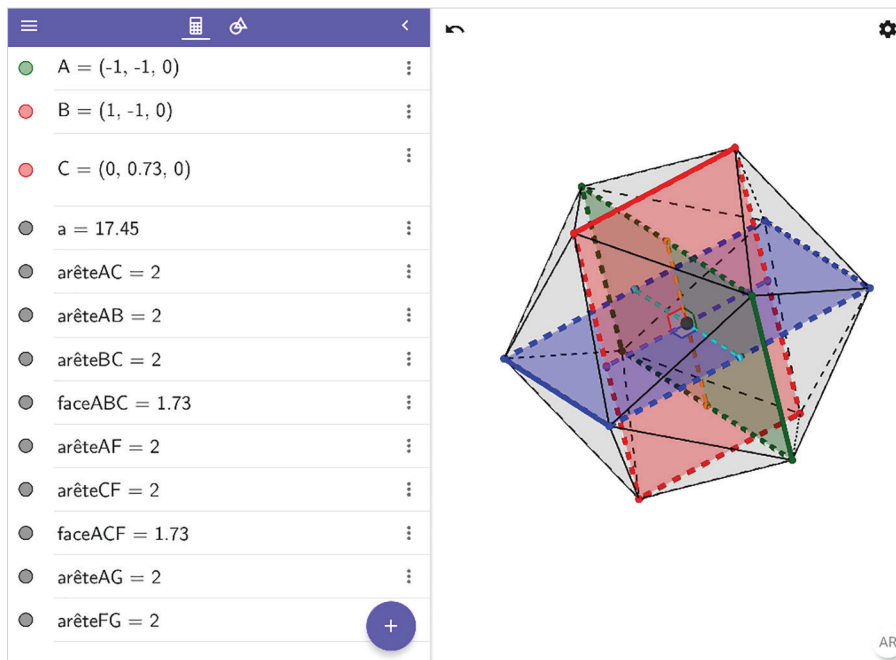


RYSUNEK 7. Czworościan foremny z rozłożoną siatką oglądany w rozszerzonej rzeczywistości. Model został umieszczony na podłodze

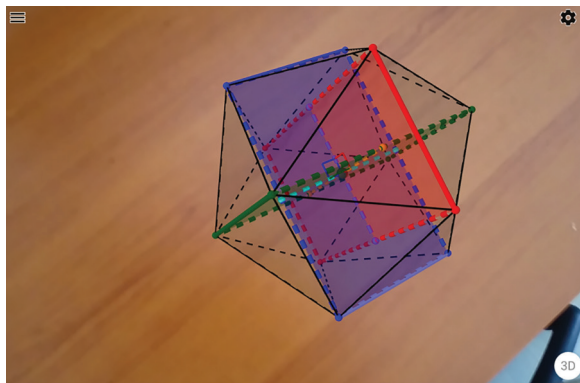


RYSUNEK 8. Widok tego samego modelu czworościanu foremnego podczas składania siatki. W tym przypadku model umieszczono na stole

CIĘKAWY LEKCJE GEOMETRII Z GEOGEBRĄ I ROZSZERZONĄ RZECZYWISTOŚCIĄ



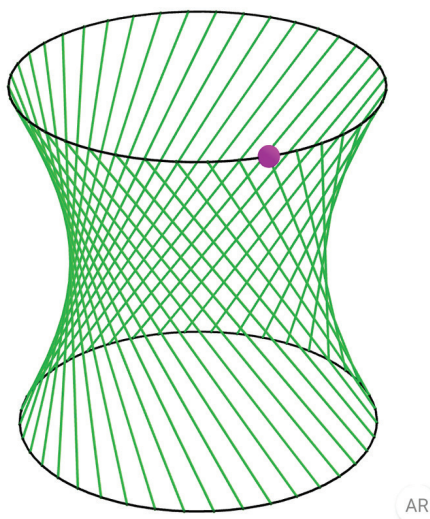
RYSUNEK 9. Dwudziestościan foremny, widok w GeoGebra 3D Calculator



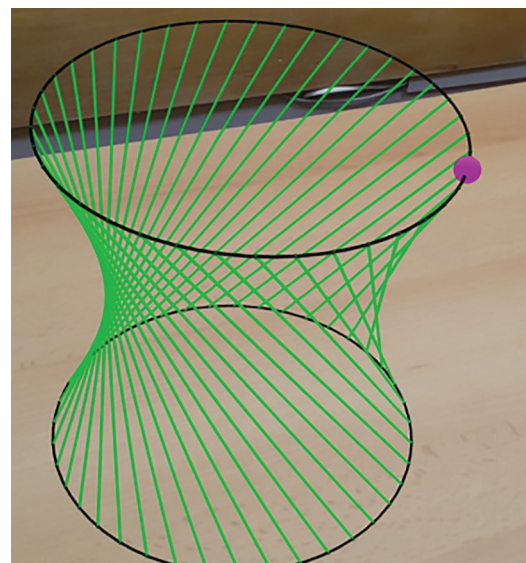
RYSUNEK 10. Widok tego samego dwudziestościanu foremnego w rozszerzonej rzeczywistości (AR). Model bryły został umieszczony na stole

Nie wszystkie modele brył trzeba wykonywać samodzielnie. Można korzystać z plików udostępnionych w oprogramowaniu **GeoGebra 3D Calculator** – poniżej kilka wybranych przykładów figur przestrzennych oglądanych w oprogramowaniu i w rozszerzonej rzeczywistości.

Dwudziestościan foremny powstały przez połączenie krawędziami wierzchołków złotych prostokątów (rys. 9).

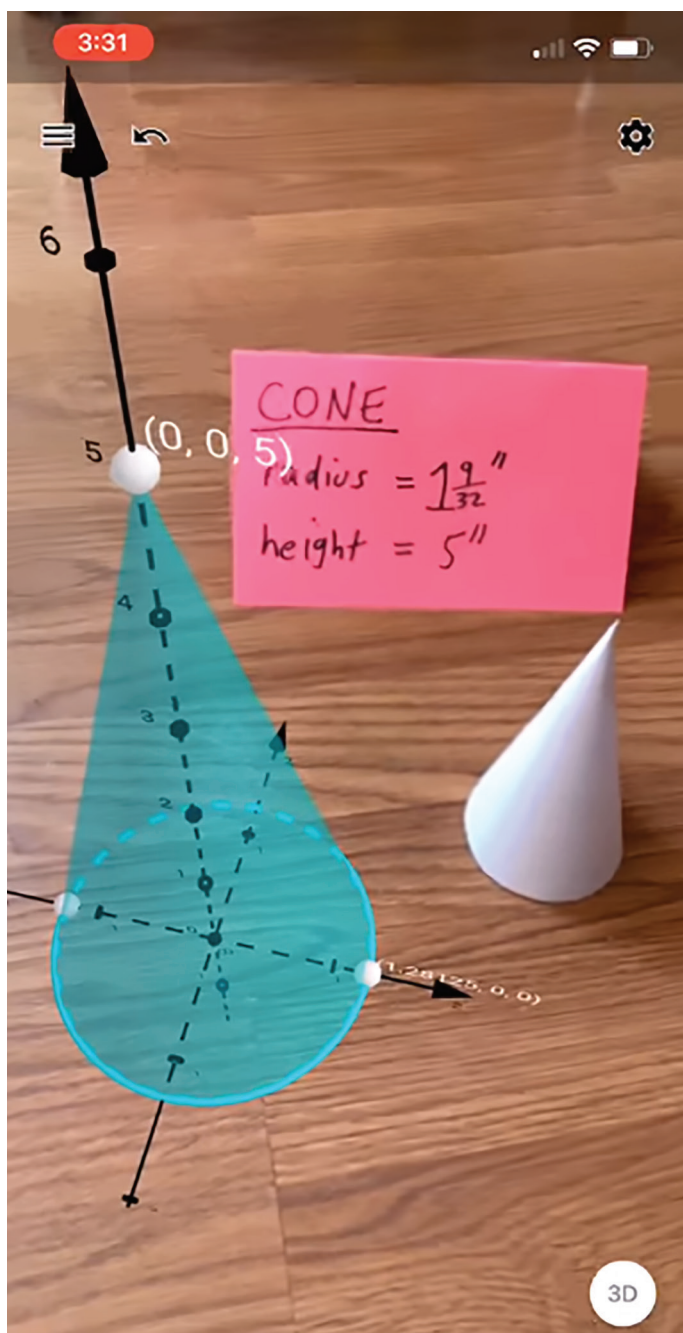


RYSUNEK 11. Płaszczyzna prostokreślna widziana w GeoGebra 3D Calculator



RYSUNEK 12. Powierzchnia prostokreślna widziana w rozszerzonej rzeczywistości

HANNA BASAJ



RYSUNEK 13. Kadr z filmu przygotowanego przez Tima Brzezinskiego, nauczyciela i edukatora z Central Connecticut State University

Źródło: <https://youtu.be/Ai77WC3eQIU>

Podczas pracy z wykorzystaniem rozszerzonej rzeczywistości oprócz wymagań dotyczących sprzętu i oprogramowania muszą być spełnione inne warunki dotyczące:

- **oświetlenia**, które musi być jednolite i równomierne, należy unikać miejsc zaciemnionych oraz odbłasków,
- **powierzchni, na której oglądamy bryłę** – może to być podłoga, stół lub ściana, należy unikać powierzchni ciemnych, błyszczących, odbijających światło,
- **ruchu** podczas uchwycenia obiektu w aplikacji AR – ruch powinien być powolny, zrównoważony.

Uczniowie i nauczyciele mogą nagrywać wykonywane doświadczenia z bryłami.

Dzięki rozszerzonej rzeczywistości można zwiualizować obiekty przestrzenne w środowisku pracy ucznia. Każdą figurę można obejść naokoło, dokładnie ją oglądając, można zmieniać jej rozmiar i położenie. Przygotowane modele można nakładać na figury, które można znaleźć wokół nas (rys. 13), porównywać modele wirtualne z rzeczywistymi figurami. ●