

Elżbieta Ostaficzuk  
Grażyna Śleszyńska



## „(Nie) trzeba naprawdę być talentem!”

*Myslenie matematyczne – rozumiane jako umiejętność wykorzystania narzędzi matematycznych w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym – stanowi jedną z najważniejszych umiejętności zdobywanych przez uczniów na III i IV etapie edukacyjnym<sup>1</sup>.*

Program wspierania uzdolnionych uczniów, wprowadzony przez Samorząd Województwa Mazowieckiego, jest od dwóch lat realizowany przez Mazowieckie Samorządowe Centrum Doskonalenia Nauczycieli jako projekt Mazowieckie Talenty.

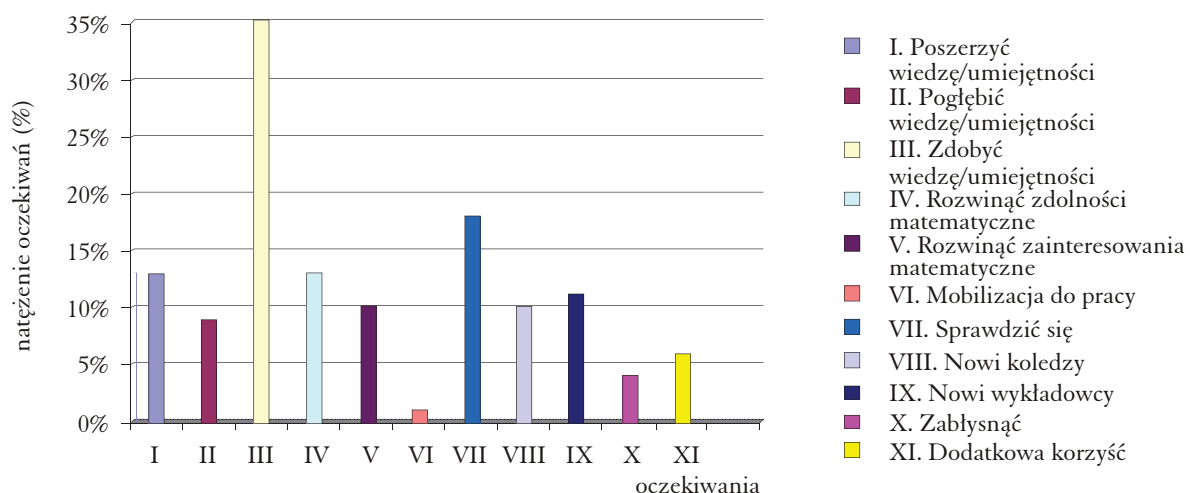
Główne cele projektu to:

- wyszukiwanie uczniów uzdolnionych w zakresie nauk ścisłych, organizowanie dla nich wsparcia merytorycznego i psychologicznego oraz promowanie ich osiągnięć,
- rozwijanie zdolności kierunkowych uczniów,
- zachęcanie do weryfikacji i zaprezentowania swojej wiedzy i umiejętności podczas prezentacji własnych opracowań oraz w konkursach i olimpiadach.

W projekcie uczestniczą uczniowie klas III gimnazjów oraz I i II klas szkół ponadgimnazjalnych – łącznie na Mazowszu 242 uczniów.

### Zainteresowania matematyczne i nadzieje edukacyjne mazowieckich piętnastolatków

Po emocjach, spowodowanych rozwiązywaniem zadań testu rekrutacyjnego 2008, sprawdzającego umiejętności matematyczne, uczestnicy wyrażali swe marzenia związane z zajęciami w ramach projektu Mazowieckie Talenty. Zebrano wypowiedzi stu osiemdziesięciu uczestników z Ostrołki, Płocka, Radomia i Siedlec.



Rys. 1. Oczekiwania uczestników testu matematycznego 2008 względem projektu Mazowieckie Talenty

<sup>1</sup> Podstawa programowa kształcenia ogólnego z 23 grudnia 2008 r. – w ten sposób w polskiej koncepcji kształcenia zaakcentowano zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady Unii Europejskiej z 18 grudnia 2006 r. w sprawie kształcenia kompetencji kluczowych przez całe życie.

„(Nie) trzeba naprawdę być talentem!”

## Wiedza matematyczna, argumentacja i rozumowanie – mocne czy słabe strony edukacji szkolnej

Testem matematycznym, przeprowadzonym w maju, sprawdzane są umiejętności rozumowania na podstawie treści nauczania matematyki z zakresu szkoły podstawowej i gimnazjum. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań testu można było otrzymać maksymalnie 20 (w 2008 roku) lub 25 (w 2009 roku) punktów.

Testy rekrutacyjne składają się z zadań sprawdzających kompetencje:

- **wiedzę matematyczną**, do której należało się odwołać, rozwiązując zadania – obejmującą czynności typowo techniczne:
  - obliczanie,
  - konstruowanie,
  - przekształcanie (arytmetyczne, algebraiczne, geometryczne),
  - układanie i rozwiązywanie równań, nierówności oraz ich układów,
  - sporządzanie zestawień, wykresów, diagramów,
  - zapisywanie zależności językiem matematyki,
  - wykorzystanie i przetwarzanie informacji danych w różnych formach,
- **argumentowanie**, polegające na wyjaśnieniu lub uzasadnieniu rozwiązania:
  - tworzenie logicznego ciągu wniosków,
  - wyjaśnianie zauważonych prawidłowości,
- **rozumowanie**, w którym wymagane było bardziej całościowe spojrzenie na problem przedstawiony w zadaniu i jednocześnie dobranie pod tym kątem określonych procedur rozwikłania problemu. Rozumowanie uznano w projekcie Mazowieckie Talenty za jeden z istotniejszych wskaźników zdolności matematycznych. Predyspozycje matematyczne z zakresu rozumowania obejmują umiejętności:
  - pomysłowość,
  - błyskotliwość,
  - prostotę rozumowania,
  - oryginalność, na przykład odkrywanie nowej struktury logicznej.

Tabela 1. Struktura testów rekrutacyjnych w projekcie Mazowieckie Talenty

Kompetencje matematyczne	Osiągnięcia
W – Wiedza matematyczna	30%
A – Argumentowanie	40%
R – Rozumowanie	30%

Logiczne myślenie jest wyróżnikiem – w opiniach testowanych uczniów – zarówno zadań *trudnych*, *dość trudnych*..., jak i *raczej łatwych* i *ciekawych*:

- *Świetny! Wymagał wytężenia mózgu, wykazania się inteligencją, nie tylko czystym liczeniem.*
- *Został starannie przygotowany dla najzdolniejszych uczniów.*
- *Były zadania, z którymi wcześniej nie miałem styczności.*
- *Czuje się napęczniona zadaniami! Test w większym stopniu na logiczne myślenie.*
- *Trochę dziwny; pierwszy raz się z takim spotkałem.*
- *Wrażenie dobre. Zadania średnio trudne. Zadawałajęcy, choć ręka boli od pisania.*
- *Spodziewałam się, że będzie więcej zadań na logikę, a nie tylko opisowe; że będą do rozwiązania czyste równania. Niestety, treść zadań mnie rozczarowała. Spodziewałam się trudniejszych i innego typu.*
- *Dziwny, bez sensu, niemogący sprawdzić prawdziwych umiejętności.*
- *Był łatwiejszy dla chłopaków. Jako osoba, która umie więcej niż inne (teoretycznie) zweryfikowałam to myślenie.*
- *Uważam, że zadania nie odzwierciedlają wyników moich umiejętności.*

## Logiczne myślenie – przykłady rozumowania zaprezentowane w rozwiązaniach zadań

**Zadanie 1.** Uczestnik powinien wskazać wykres (i podać uzasadnienie wyboru) przedstawiający zmianę prędkości sanek zjeżdżających z góry.

**Rozwiązanie 1.** Uczniowie wskazywali jako rozwiązanie zadania wykres:



Argumentacja zawierała najczęściej następujące fakty:  $V_0=0$ ; następnie prędkość chłopca dość szybko się zwiększa, co przy braku jakiegokolwiek napędu oznacza, że porusza się w dół stromego zbocza. Jednak później, gdy teren przestaje być stromy, a wręcz się wyplaszcza, chłopiec powoli wytraca prędkość i na koniec  $V_k=0$ , co oznacza, że zatrzymał się w miejscu.



„(Nie) trzeba naprawdę być talentem!”

## Mazowieckie Talenty – szansą na rozwijanie zainteresowań

Zajęcia matematyczne dla uczestników projektu odbywają się w soboty. Prowadzą je pracownicy naukowo-dydaktyczni z Uniwersytetu Warszawskiego, Politechniki Warszawskiej, Uniwersytetu Jagiellońskiego, Uniwersytetu Toruńskiego, Politechniki Radomskiej, nauczyciele konsultanci Mazowieckiego Samorządowego Centrum Doskonalenia Nauczycieli oraz inni pełni pasji nauczyciele matematyki.

Zajęcia „z kredą przy tablicy” są uzupełniane wycieczkami naukowymi i konsultacjami, również w trybie *online*. Edukatorzy koncentrują się na kształceniu umiejętności myślenia matematycznego<sup>2</sup>, obejmującego w szczególności:

- **umiejętne prowadzenie rozumowania** – czyli kształcenie umiejętności całościowego spojrzenia na zadanie oraz umiejętności dobierania odpowiednich procedur w celu jego rozwiązania; jest to warunek konieczny do opanowania i posiadania wyższych predyspozycji matematycznych; uczeń rozwijający się matematycznie powinien posiadać umiejętności:
  - tworzenia logicznego ciągu wniosków,
  - matematyzacji problemów,
  - interpretacji rozumowania lub jego rezultatów,
  - wykorzystywania i przetwarzania informacji podanych w różnych formach,
  - wyjaśniania zauważonych prawidłowości,
- **heurystykę matematyczną** – polegającą na prezentowaniu pomysłowych rozwiązań, wdrażaniu do poszukiwania kilku rozwiązań jednego zadania oraz do poszukiwania zastosowań jednego rozwiązania w różnych sytuacjach (zadaniach), a także na mobilizowaniu uczniów do wykazywania się:
  - pomysłowością,
  - błyskotliwością,
  - prostotą rozumowania, oryginalnością,
- **samodzielne rozwiązywanie problemów** w zakresie:
  - odkrywania struktury logicznej,
  - stawiania i weryfikacji hipotez,
  - doboru adekwatnych narzędzi,
  - tworzenia i realizacji schematu rozwiązania problemu,
  - odpowiedniej interpretacji uzyskanych wyników,

- **kreatywność matematyczną** – będącą przejawem najwyższego poziomu rozwoju matematycznego. Edukator – przewodnik po matematyce uświadamia uczniowi jego własne możliwości i wspólnie z uczniem buduje dla niego indywidualną ścieżkę rozwoju; kreatywne działania ucznia to:

- formułowanie nowych problemów,
- dostrzeganie, wskazywanie analogii,
- dokonywanie uogólnień i klasyfikacji,
- tworzenie nowych struktur matematycznych,
- dostrzeganie nowych modeli matematycznych.

**Matematyczna twórczość** uczniów zaangażowanych w projekt **Mazowieckie Talenty** to nie tylko rozwiązywanie zadań i problemów „pod okiem” wykładowców. To również projekty matematyczne opracowywane samodzielnie przez uczniów. Przykładowo, radomscy Młodzi Miłośnicy Matematyki z tą formą pracy zmierzali się po raz pierwszy na wycieczce naukowej do Wólki Milanowskiej. Dwa dni trwały zajęcia, podczas których uczniowie prezentowali krótkie referaty na wybrane indywidualnie tematy. Przygotowując wystąpienia mogli korzystać z merytorycznej pomocy wykładowców. Prezentacje prac uczniów przyjmowały różne formy – z kredą przy tablicy lub z wykorzystaniem prezentacji PowerPoint.

Dla utalentowanej młodzieży prezentacja własnych osiągnięć okazuje się świetną metodą pracy – daje bowiem uczniom poczucie własnej wartości, uczy ich samodzielności, kształtuje poprawność języka matematyki oraz kształci umiejętność występowania na forum publicznym. Wystąpienia uczniów były bacznie obserwowane i recenzowane przez opiekunów merytorycznych. Z nie mniejszym zainteresowaniem przysłuchiwali się im inni uczniowie – uczestnicy wycieczki naukowej. Recenzje uczniów-prezenterów i uczniów-obszerników były czasem pobłażliwe, a czasem bardzo surowe. Najbardziej surowo oceniali się sami prezentujący. Efektem tych wystąpień, a w konsekwencji recenzji, były dyskusje na temat nowych treści matematycznych oraz form prezentacji – uczniowie pracowali intensywnie nad swoim wizerunkiem, zwracali uwagę na poprawność swoich wypowiedzi, nie tylko merytoryczną, ale także językową.

<sup>2</sup> Opracowane na podstawie: Janowicz J. *Standardy kształcenia uczniów zdolnych*, Matematyka nr 1/2005.

## Przyszłość edukacji matematycznej

Matematyczne testy rekrutacyjne w projekcie Mazowieckie Talenty inauguruje wyszukiwanie uczniów utalentowanych i stwarzanie warunków rozwoju ich uzdolnień. Analiza wyników testu wprawdzie wzbudza w realizatorach projektu Mazowieckie Talenty wielkie nadzieje, gdyż pokazuje, że na najwyższym poziomie – niezależnie od poziomu osiągniętego wyniku ogólnego – jest rozumowanie, ale również powoduje refleksje pełne troski o oblicze polskiej szkoły, gdyż na najniższym poziomie – niezależnie od poziomu osiągniętego wyniku ogólnego – jest poziom wiedzy. Mimo iż uważa się powszechnie, że szkoła wyposaża młodych ludzi raczej w wiedzę encyklopedyczną, a nie umiejętności praktyczne.

Poziom merytoryczny rozwiązań zadań testu matematycznego Mazowieckie Talenty jest różnicowany, a język matematyczny, jakim posługują się w teście uczniowie, jest niejednokrotnie nieporadny.

Strategia rozwiązywania zadania, a tym samym ustalenie kolejności działań, zależy od umiejętności budowania modelu matematycznego odpowiadającego treści zadania oraz w dużej mierze od pomysłowości zdającego, jego spostrzegawczości i umiejętności stosowania algorytmów.

Problemem dla uczniów gimnazjum (również uzdolnionych matematycznie) jest stosowanie terminologii matematycznej, argumentowanie i uzasadnianie rozwiązań, czyli wymagania zawarte w standardzie: *potrafi argumentować i prowadzić rozumowanie typu matematycznego, formułuje i uzasadnia wnioski*.

Rozwijanie matematycznych talentów to akcent na rozwijanie umiejętności argumentowania i rozumowania oraz sprawnego operowania modelami matematycznymi, będący drogowskazem nie tylko dla realizatorów projektu Mazowieckie Talenty, ale również dla nauczycieli matematyki.

Całoroczne zajęcia Mazowieckie Talenty uczestnicy podsumowali wypowiedziami zamieszczonymi na wykorzystywanej w projekcie platformie edukacyjnej Moodle:

*Oczekiwałem, że dowiem się nieco więcej, poszerzę swoją wiedzę na tematy, które nie są poruszane na lekcjach w szkole – w 100% nie zawiodłem się.*

*Jak dla mnie te zajęcia dużo nam dały. Ja jeszcze żadnych zajęć nie opuściłam (...) Otworzyły mi umysł i pokazały, że ja naprawdę lubię matematykę i się nią interesuję, a nie tak jak wcześniej, tylko umiem wszystko, co jest w szkole. Ważne jest dla mnie, że tu nie muszę walczyć w sprawie ocen, bo łatwiej mi wtedy przyswajać wiedzę.*

*Mazowieckie Talenty to grupa wspaniałych, młodych ludzi, którzy garną się do zdobywania wiedzy, poszerzania horyzontów, rozwijania swoich zainteresowań. Przebywanie wśród takich osób napawa optymizmem i daje motywację do działania i poznawania tego, co nieznanne, trudne; łatwiej jest pokonać przeciwności i problemy w zespole mającym sprecyzowany cel. Ten kończący się właśnie rok szkolny, był dla mnie rokiem zmian, poszukiwania wartości, wzorców i autorytetów. To właśnie wśród naszych wykładowców znalazłam te istotne wartości (niekoniecznie liczbowe), postawy, które chcę naśladować. Tutaj spotkałam osoby, które pomogły mi się ukierunkować, rozwijać. Dzięki wykładom (...) wspaniałych wykładowców, mam inne, lepsze spojrzenie na Matematykę, jako na sztukę, która ociera się o magię i klucz do rozwiązania wielu problemów... nie rachunki, symbole i kalkulatory z dużą mocą obliczeniową!*

A jeden z uczestników majowego testu do II edycji projektu zareagował emocjonalnie: *Trzeba naprawdę być talentem!*

## Bibliografia

1. Fedorowicz M. [red.] *Umiejętności polskich gimnazjalistów*, Wydawnictwo IFiS PAN, Warszawa 2007.
2. Janowicz J. *Standardy kształcenia uczniów zdolnych*, Matematyka nr 1/2005.
3. Kopański S. *W poszukiwaniu matematycznych talentów*, Wydawnictwo DLA SZKOŁY, Wilkowice 2003.

W artykule wykorzystano fragmenty referatów wygłoszonych przez autorki na krajowych konferencjach PTDE w Opolu (2008) i Kielcach (2009).

Autorki są nauczycielkami konsultantkami w Mazowieckim Samorządowym Centrum Doskonalenia Nauczycieli